

班 级
学 号
姓 名

密 封 线

东北大学期末考试试卷

2018 —2019 学年 第2 学期 A 卷

课程名称： 数值分析

总分	1--3	4--6	7--9	10--12	13-15	

1. (5 分) 设近似值  $x = 25.23$  近似  $x^*$  的相对误差限为 0.0003, 问  $x$  至少具有几位有效数字。

2. (6 分) 写出矩阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 3 & 5 & 3 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$  的 Crout 分解式  $A = TM$ .

3. (6 分) 解线性方程组  $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 3 \\ -4x_1 - 6x_2 + 7x_3 = 1 \end{cases}$  的 Gauss-Seidel 迭代法是否收敛, 为什么?

4. (8 分) 用 Jacobi 法解线性方程组  $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$ , 取  $x^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ , 估计迭代

10 步的误差  $\|x^{(10)} - x^*\|_\infty$ 。

5. (10 分) 说明方程  $x^3 - x - 3 = 0$  在区间  $[1, 2]$  内有唯一根, 并建立一个收敛的迭代格式, 使对任意初值  $x_0 \in [1, 2]$  都收敛, 说明收敛理由。

6. (6 分) 设  $x_{k+1} = x_k^3 + ax_k^2 + bx_k + c$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  是求方程根  $\alpha = 1$  的迭代法, 试确定参数  $a, b, c$  使迭代法的收敛阶尽可能高, 并指出阶是多少?

.....  
○  
.....  
密  
.....  
○  
.....  
封  
.....  
○  
.....  
线  
.....

7. (6分) 设  $f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 3$ , 求差商  $f[0,1], f[1,2,3,4], f[1,2,3,4,5]$ 。

8. (7分) 求满足条件  $f(0) = -1, f(1) = 2, f(2) = 0, f'(1) = 0$  的三次插值多项式  $H_3(x)$  的表达式。

9. (7分) 给定离散数据

$x_i$	-1	0	1	2
$y_i$	2	-1	1	3

试求形如  $y = a + bx^2$  的拟合曲线。

10. (5分) 设求积公式  $\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{k=0}^n A_k f(x_k)$ , ( $n \geq 2$ ) 是插值型求积公式, 求

$$\sum_{k=0}^n A_k x_k^2.$$

11. (6分) 对积分  $\int_0^1 f(x)dx$  建立两点 Gauss 公式。

12. (9分) 利用复化 Simpson 公式  $S_2$  计算定积分  $I = \int_0^1 \cos x dx$  的近似值, 并估计误差。

13. (5分) 求解初值问题  $\begin{cases} y' = ye^x & 1 \leq x \leq 2 \\ y(1) = 2 \end{cases}$  的改进 Euler 方法是否收敛?

为什么?

密

14. (9分) 已知求解常微分方程初值问题:

$$\begin{cases} y' = f(x, y), & x \in [a, b] \\ y(a) = \alpha \end{cases}$$

的差分公式:

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + \frac{h}{4}(3k_1 + k_2) \\ k_1 = f(x_n, y_n) \\ k_2 = f(x_n + 2h, y_n + 2hk_1) \\ y_0 = \alpha \end{cases}$$

求此差分公式的阶。

封

线

15. (5分) 证明矩阵谱半径  $\rho(A)$  不是矩阵范数。