学院________ 班级________ 学号________ 姓名________

密 封 线

东北大学考试试卷（B 闭卷）

2020—2021 学年 秋 季学期

课程名称：线性代数

总分	一	二	三	四	五	六	七	八	九

得分：

一.（每题 6 分，共 18 分）

1.求出行列式 $D=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & 1 & -1 & -1 \\ x^2 & -1 & 1 & -1 \\ x^3 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ 的表达式。

2.已知 $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$，求 $(AB)^{-1}$。

3. 已知 $A^6=E$，其中 $A=\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$，试求 A^{11}。

得分：

二.（每题 6 分，共 18 分）

1. 已知 α_1，α_2，α_3 线性无关，判断 $\alpha_1+\alpha_2$，$3\alpha_2+2\alpha_3$，$\alpha_1-2\alpha_2+\alpha_3$ 的线性相关性。

2.已知向量组 $\alpha_1=(1,2,1,0)^T$，$\alpha_2=(1,1,3,1)^T$，$\alpha_3=(2,1,-2,3)^T$ 线性无关，求一个与向量组 α_1，α_2，α_3 等价的规范正交向量组。

3. 若四阶矩阵 A 与 B 相似，矩阵 A 的特征值为 $\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{5}$，计算 $|B^{-1}-E|$。

学院______ 班级______ 学号______ 姓名______

密 封 线

得分：

三.（每题 6 分，共 18 分）

1. 判断矩阵 $A=\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}$ 与 $B=\begin{bmatrix}3&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$ 是否等价、相似及合同。

2. $W=\{(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T \mid x_1+x_2+\cdots+x_n=0, x_1,x_2,\cdots,x_n\in R\}$ 为 R^n 的子空间，求出它的一个基和维数。

3.在实数域上的二阶对称矩阵构成的线性空间中，求基底 $E_1=\begin{bmatrix}1&0\\0&0\end{bmatrix}$，$E_2=\begin{bmatrix}0&1\\1&0\end{bmatrix}$，$E_3=\begin{bmatrix}0&0\\0&1\end{bmatrix}$ 到基底 $F_1=\begin{bmatrix}2&1\\1&1\end{bmatrix}$，$F_2=\begin{bmatrix}0&2\\2&0\end{bmatrix}$，$F_3=\begin{bmatrix}1&6\\6&3\end{bmatrix}$ 的过渡矩阵。

得分：

四.（8 分）

设 A，B 为四阶方阵，$R(A)=3$，$R(B)=4$，它们的伴随矩阵分别为 A^*，B^*，求矩阵 A^* 与矩阵 B^* 的乘积 A^*B^* 的秩。

得分：

五.（8 分）

一百货商店出售四种型号的衣服：小号，中号，大号和加大号。四种型号的衣服的售价分别为：22 元，24 元，26 元，30 元。若商店某周共售出了 13 件衣服，毛收入为 320 元。已知大号的销售量为小号和加大号销售量的总和，大号的销售收入也为小号和加大号销售收入的总和，求各种型号的衣服各售出多少件？

学院______ 班级______ 学号______ 姓名______

密 线

得分：

六.（8 分）

设三阶实对称矩阵 A 的特征值 $\lambda_1=1$，$\lambda_2=2$，$\lambda_3=-2$，且 $\alpha_1=(1,-1,1)^T$ 是 A 的属于 λ_1 的一个特征向量。记 $B=A^5-4A^3+E$，其中 E 为三阶单位矩阵。验证 α_1 是矩阵 B 的特征向量，并求 B 的全部特征值与特征向量。

得分：

七.（8 分）

已知向量组 $\beta_1=(0,1,-1)^T$，$\beta_2=(a,2,1)^T$，$\beta_3=(b,1,0)^T$ 与向量组 $\alpha_1=(1,2,-3)^T$，$\alpha_2=(3,0,1)^T$，$\alpha_3=(9,6,-7)^T$ 具有相同的秩，且 β_3 可由 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性表示，求 a,b 的值。

得分：

八.（8 分）

设 A 是 n $(n>1)$阶矩阵，$\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n$ 是 n 维列向量。若 $\xi_n\neq 0$，且 $A\xi_1=\xi_2$，$A\xi_2=\xi_3$，…，$A\xi_{n-1}=\xi_n$，$A\xi_n=0$，试判断

(1) $\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n$ 是否线性相关；

(2) A 能否相似于对角阵。

得分：

九.（6 分）

已知齐次线性方程组（1）$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=0 \\ 2x_1+3x_2+5x_3=0 \\ x_1+x_2+ax_3=0 \end{cases}$ 和（2）$\begin{cases} x_1+bx_2+cx_3=0 \\ 2x_1+b^2x_2+(c+1)x_3=0 \end{cases}$ 同解，求 a,b,c 的值。