

班 级
学 号
姓 名

密 封 线

东北大学期末考试试卷

2018 —2019 学年 第2 学期 A 卷

课程名称： 数值分析

总分	1--3	4--6	7--9	10--12	13-15

1. (5 分) 设近似值 $x = 25.23$ 近似 x^* 的相对误差限为 0.0003, 问 x 至少具有几位有效数字。

2. (6 分) 写出矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 3 & 5 & 3 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ 的 Crout 分解式 $A = TM$.

3. (6 分) 解线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 3 \\ -4x_1 - 6x_2 + 7x_3 = 1 \end{cases}$ 的 Gauss-Seidel 迭代法是否收敛, 为什么?

4. (8 分) 用 Jacobi 法解线性方程组 $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$, 取 $x^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, 估计迭代

10 步的误差 $\|x^{(10)} - x^*\|_\infty$ 。

5. (10 分) 说明方程 $x^3 - x - 3 = 0$ 在区间 $[1, 2]$ 内有唯一根, 并建立一个收敛的迭代格式, 使对任意初值 $x_0 \in [1, 2]$ 都收敛, 说明收敛理由。

6. (6 分) 设 $x_{k+1} = x_k^3 + ax_k^2 + bx_k + c$, $k = 0, 1, 2, \dots$ 是求方程根 $\alpha = 1$ 的迭代法, 试确定参数 a, b, c 使迭代法的收敛阶尽可能高, 并指出阶是多少?

.....
○
.....
密
.....
○
.....
封
.....
○
.....
线
.....

7. (6分) 设 $f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 3$, 求差商 $f[0,1], f[1,2,3,4], f[1,2,3,4,5]$ 。

8. (7分) 求满足条件 $f(0) = -1, f(1) = 2, f(2) = 0, f'(1) = 0$ 的三次插值多项式 $H_3(x)$ 的表达式。

9. (7分) 给定离散数据

x_i	-1	0	1	2
y_i	2	-1	1	3

试求形如 $y = a + bx^2$ 的拟合曲线。

10. (5分) 设求积公式 $\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{k=0}^n A_k f(x_k)$, ($n \geq 2$) 是插值型求积公式, 求

$$\sum_{k=0}^n A_k x_k^2.$$

11. (6分) 对积分 $\int_0^1 f(x)dx$ 建立两点 Gauss 公式。

12. (9分) 利用复化 Simpson 公式 S_2 计算定积分 $I = \int_0^1 \cos x dx$ 的近似值, 并估计误差。

13. (5分) 求解初值问题 $\begin{cases} y' = ye^x & 1 \leq x \leq 2 \\ y(1) = 2 \end{cases}$ 的改进 Euler 方法是否收敛?

为什么?

密

14. (9分) 已知求解常微分方程初值问题:

$$\begin{cases} y' = f(x, y), & x \in [a, b] \\ y(a) = \alpha \end{cases}$$

的差分公式:

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + \frac{h}{4}(3k_1 + k_2) \\ k_1 = f(x_n, y_n) \\ k_2 = f(x_n + 2h, y_n + 2hk_1) \\ y_0 = \alpha \end{cases}$$

求此差分公式的阶。

封

线

15. (5分) 证明矩阵谱半径 $\rho(A)$ 不是矩阵范数。