班 级
学 号
姓 名

密 封 线

东 北 大 学 期 末 考 试 试 卷

2017 —2018 学年 第 2 学期 A 卷

课程名称： 数值分析

总分	一	二	三	四	五	六

一、填空题：（每题 5 分，共 50 分）

1. 设近似值 x 的相对误差限为 10^{-5}，则 x 至少具有（ ）位有效数字.

2. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$，则 A 的 Doolittle 分解式是（ ），

Crout 分解式是（ ）.

3. 解线性方程组 $\begin{cases}x_1-4x_2=2\\x_1+9x_2=1\end{cases}$ 的 Jacobi 迭代矩阵的谱半径 $\rho(B)=$（ ）.

4. 迭代格式 $x_{k+1}=x_k^3-3x_k^2+3x_k$，$k=0,1,2,\ldots$ 求根 $\alpha=1$ 是（ ）阶收敛的.

5. 设 $f(x)=\sin x$，用以 $x_i=i$，$i=0,1,2$ 为节点的二次插值多项式近似 $\sin 1.5$ 的值，

误差为 $|R_2(1.5)|\le$（ ）.

6. 设 $f(x)=5x^3+3$，则差商 $f[0,1]=$（ ），$f[1,2,3,4]=$（ ），$f[1,2,3,4,5]=$（ ）.

7. 区间 $[-1,\ 1]$ 上权函数为 x^2 的二次正交多项式设 $p_2(x)=$（ ）.

8. 对离散数据

x_i	-1	0	1	2
y_i	2	-1	1	3

的拟合曲线 $y=\frac{5}{6}x^2$ 的均方差为（ ）.

9. 设求积公式 $\int_{-1}^{2}f(x)dx\approx A_0f(-1)+A_1f(0)+A_2f(1)$ 是插值型求积公式，则积分系

数 $A_0=$（ ），$A_1=$（ ），$A_2=$（ ）.

10. .求解常微分方程初值问题的差分公式 $\begin{cases}y_{n+1}=y_n+hf(x_n+\frac{h}{2},y_n+\frac{h}{2}f(x_n,y_n))\\y_0=\alpha\end{cases}$

的绝对稳定区间是（ ）.

二、（10 分）已知求线性方程组 $Ax=b$ 的迭代格式：

$$x_i^{(k+1)}=x_i^{(k)}+\frac{\mu}{a_{ii}}(b_i-\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j^{(k)}),\quad i=1,2,\cdots,n$$

(1) 求此迭代法的迭代矩阵 M；

(2) 证明：当 A 是严格对角占优矩阵，$\mu=0.5$ 时，此迭代格式收敛.

三、（12 分）说明方程 $x-\cos x=0$ 有唯一根，并建立一个收敛的迭代格式，使对任意初值 x_0 都收敛，说明收敛理由和收敛阶。

密

封

线

四、(10 分)利用复化 Simpson 公式 S_2 计算定积分 $\mathrm{I}=\int_0^2 \cos x dx$ 的近似值，并估计误差。

五、(10 分)设求解常微分方程初值问题：$\begin{cases} y'=f(x,y), & x\in[a,b] \\ y(a)=\alpha \end{cases}$ 的差分公式：

$$\begin{cases} y_{n+1}=y_n+\dfrac{h}{2}[f(x_n,y_n)+f(x_n+\dfrac{h}{2},y_n+\dfrac{h}{2}f(x_n,y_n))] \\ y_0=\alpha \end{cases}$$

求此差分公式的阶。

六、(8 分)设 $p_1(x)$ 是 $f(x)$ 以 $x_0=1-\dfrac{1}{\sqrt{3}}, x_1=1+\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ 为节点的一次插值多项式，试由 $p_1(x)$ 导出求积分 $I=\int_0^2 f(x)dx$ 的插值型求积公式，并导出公式的截断误差.